

## ALGEBRA MACIERZY

Zadanie 1. Obliczyć:

$$a) \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 9 & 5 & 2 \\ 8 & 6 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 & 7 \\ 0 & 5 & 7 \\ 1 & 6 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 3 & 1 \\ 9 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$b) \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 8 \\ 2 & 9 \\ 5 & 5 \\ 3 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \\ 9 & 8 \\ 2 & 6 \\ 5 & 7 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \\ 0 & 6 \\ -2 & 5 \\ 2 & -4 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} =$$

$$c) \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -5 & 3 & -1 & 5 \\ 1 & 9 & 2 & 2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 1 & 3 & -5 & 1 \\ 6 & -2 & 2 & 9 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$d) \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{4}{3} & \frac{1}{5} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} =$$

$$e) \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 2 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -2 & 3 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 3 & -3 & 4 & 4 \\ 3 & -3 & 4 & -4 & 4 \\ -3 & 4 & 4 & 4 & -5 \end{bmatrix} =$$

$$f) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \\ 6 & 5 \\ -2 & 6 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 6 \\ -6 & 5 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} =$$

Zadanie 2. Oblicz:

$$a) 2 * \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} =$$

$$b) 6 * \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 5 & -5 \\ 0 & -1 & 6 & -5 \end{bmatrix} =$$

$$c) (-2) * \begin{bmatrix} -6 & 1 \\ -2 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} =$$

$$d) \frac{2}{3} * \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 5 & -6 \\ -3 & 0 & 3 \end{bmatrix} =$$

$$e) (-1) * \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & -5 & 6 & 1 & -5 \end{bmatrix} =$$

$$f) \left(-\frac{2}{5}\right) * \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} =$$

$$g) 0,35 * \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \\ -5 & 6 \\ 0 & -9 \\ 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$h) \left(-\frac{2}{3}\right) * \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 2 & \frac{1}{3} \\ -\frac{3}{3} & \frac{1}{5} & 6 \\ 0 & 2 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} =$$

$$i) (-0,33) * \begin{bmatrix} -0,33 & 2,00 & 0,95 & 0,32 \\ 2,25 & 0,56 & 1,45 & -2,78 \\ 1,02 & -0,87 & -3,23 & -0,89 \end{bmatrix} =$$

Zadanie 3. Oblicz:

$$a) \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 2 & 9 & 8 \end{bmatrix} =$$

$$b) \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 2 & 9 & 8 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} =$$

$$c) \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix} * [-2 \quad 0 \quad -3 \quad 5] =$$

$$d) \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 2 & -1 & -6 \\ -2 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & -6 & 7 & 5 & 6 & -3 \\ 2 & -5 & 2 & -6 & 9 & 0 \\ -3 & 4 & 3 & 7 & 8 & 1 \end{bmatrix} = \quad e) \begin{bmatrix} -1,0 & 3,5 \\ 2,5 & -2,5 \\ 2,5 & 3,0 \\ -1,5 & -0,5 \\ 0,5 & 1,5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -4,5 & 1,5 & 4,5 & 2,5 & 1,5 \\ 3,5 & 2,0 & -2,5 & 2,0 & 9,5 \end{bmatrix} =$$

$$f) \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 2 \\ \frac{3}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ \frac{3}{5} \\ \frac{2}{2} \\ \frac{3}{3} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -\frac{1}{5} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} = \quad g) [1 \quad -2 \quad -6 \quad 2 \quad 4] * \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \\ -4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \quad h) \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} =$$

**Zadanie 4.** Oblicz wyznacznik podanych macierzy:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = \quad b) \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = \quad c) \begin{vmatrix} 0,5 & 2,5 \\ -1,5 & 3,0 \end{vmatrix} = \quad d) \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{2} & \frac{3}{4} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{4} \end{vmatrix} =$$

$$e) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 8 \\ -3 & 6 & 9 \end{vmatrix} = \quad f) \begin{vmatrix} 0,25 & -0,35 & 0,25 \\ 0,15 & 0,65 & -0,20 \\ -0,10 & 1,25 & -2,55 \end{vmatrix} = \quad g) \begin{vmatrix} 2,0 & 1,2 & -2,5 \\ -3,0 & 0,2 & -3,5 \\ 2,5 & 0,1 & 0,5 \end{vmatrix} =$$

$$h) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ -2 & 5 & 5 & -3 \\ 5 & -3 & 6 & 4 \\ 3 & 5 & 2 & -5 \end{vmatrix} = \quad i) \begin{vmatrix} 0 & -3 & -5 & -6 & -3 \\ 2 & 5 & 2 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 4 & 9 \\ -1 & -9 & 4 & -2 & 8 \\ -1 & -6 & 8 & -2 & 7 \end{vmatrix} = \quad j) \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 & 4 & 2 & -1 \\ 1 & 5 & 6 & 2 & 5 & -1 \\ 2 & 2 & -7 & 3 & -3 & 2 \\ -2 & -1 & 5 & 6 & -3 & 0 \\ 3 & -3 & 2 & -1 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & 3 & -2 & 6 & 0 \end{vmatrix} =$$

**Zadanie 5.** Mając daną macierz  $A = \begin{bmatrix} 2,0 & 1,5 & 1,0 & 3,5 \\ 3,0 & 2,0 & 3,0 & 4,5 \\ -1,0 & 3,5 & 2,0 & 3,0 \\ 5,5 & 2,0 & 2,5 & 2,0 \end{bmatrix}$  obliczyć dopełnienie algebraiczne dla elementów o

następujących współrzędnych:

$$a) (4; 3) \quad b) (4; 2) \quad c) (1; 1) \quad d) (1; 3) \quad e) (3; 3) \quad f) (4; 1) \quad g) (2; 2)$$

**Zadanie 6.** Wyznaczyć macierz odwrotną:

$$a) \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \quad b) \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \quad c) \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} = \quad d) \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}^{-1} =$$

$$e) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \end{bmatrix}^{-1} =$$

$$f) \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 5 & 1 \\ -3 & 3 & 0 \end{bmatrix}^{-1} =$$

$$g) \begin{bmatrix} 0,5 & -1,1 & 4,0 \\ -1,2 & 0,5 & 5,2 \\ 2,3 & 3,0 & 1,0 \end{bmatrix}^{-1} =$$

Zadanie 7. Wyznaczyć rząd podanych macierzy:

$$a) rz \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 5 \\ 3 & 2 \\ 4 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$b) rz \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 5 & -7 \\ -3 & -2 & -6 & 6 \end{bmatrix} =$$

$$c) rz \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 3 \end{bmatrix} =$$

$$d) rz \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 & 0 \end{bmatrix} =$$

Zadanie 8. Transponuj podane macierze:

$$a) \begin{bmatrix} -2,23 & 0,25 & 6,59 & 0,02 & 3,25 \\ 1,15 & 2,65 & 5,58 & 2,23 & 4,12 \end{bmatrix}^T =$$

$$b) \begin{bmatrix} 1,0 & 2,2 & 4,6 & 3,6 & 6,5 \\ -2,4 & -4,5 & -1,5 & 4,5 & 2,5 \\ 3,4 & -6,5 & -1,0 & 2,5 & 1,5 \\ 6,6 & 1,5 & -2,3 & 1,5 & -0,5 \end{bmatrix}^T =$$

$$c) \begin{bmatrix} -5,2 & 6,3 & 4,8 \\ -4,5 & 4,5 & 5,3 \\ 1,5 & 5,6 & 5,1 \end{bmatrix}^T =$$

$$d) \begin{bmatrix} 6,3 & -0,5 & 1,3 \\ 2,5 & 0,2 & 2,5 \\ 4,0 & -0,7 & 1,8 \end{bmatrix}^T =$$

$$e) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 6 & 3 & 2 \\ -3 & 2 & -2 & 4 & -3 \\ -6 & -1 & -1 & 3 & -3 \\ 9 & 0 & 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}^T =$$

Zadanie 9. Obliczyć:

$$a) \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 2 \\ 6 & 0 \end{bmatrix} + 2 * \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 6 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$b) \begin{bmatrix} -2 & 4 & 8 \\ 3 & -2 & 9 \\ 5 & 3 & 6 \end{bmatrix} + 0,25 * \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ -8 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix} =$$

$$c) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & -2 & -2 \\ 3 & -4 & 5 & -1 & 3 \\ -5 & 5 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -4 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix} * [1 \ -2 \ 3 \ 4 \ 0] =$$

$$d) \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -2 & 5 & 4 \\ -2 & 8 & 9 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 4 & 9 & 9 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}^{-1} =$$

$$e) \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} =$$

$$f) \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix}^T * \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} =$$

$$g) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} * \left( \begin{bmatrix} 0,5 \\ 1,5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0,5 \\ -0,5 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} =$$

Zadanie 10. Wiedząc, że poniższe macierze są symetryczne, uzupełnić brakujące wartości:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 & \dots \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ \dots & -5 \end{bmatrix} \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 1 & -3 & \dots \\ \dots & 5 & -4 \\ 2 & \dots & 3 \end{bmatrix} \quad \text{d) } \begin{bmatrix} -6 & \dots & \dots \\ -5 & 4 & -3 \\ 2 & \dots & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{bmatrix} 1 & 6 & \dots & \dots \\ \dots & 6 & 2 & -1 \\ -3 & \dots & -1 & 3 \\ -2 & \dots & 3 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{f) } \begin{bmatrix} 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & -8 & \dots \\ 0 & \dots & 2 & \dots \\ 0 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{g) } \begin{bmatrix} -8 & \dots & 3 & \dots \\ 1 & 7 & \dots & -1 \\ \dots & -7 & 3 & \dots \\ -2 & \dots & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{e) } \begin{bmatrix} 2 & 2 & \dots & \dots & 2 & \dots & -5 \\ \dots & 3 & 4 & -1 & \dots & \dots & \dots \\ -3 & \dots & 0 & -1 & -2 & 0 & \dots \\ -2 & \dots & \dots & 6 & 3 & \dots & \dots \\ \dots & 2 & \dots & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 4 & 3 & \dots & 2 & 0 & 1 & 3 \\ \dots & 3 & 5 & 1 & \dots & \dots & 4 \end{bmatrix} \quad \text{f) } \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2 & 2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 3 & 3 & -1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 4 & 1 & -2 & 2 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 5 & 6 & -3 & 4 & -6 & \dots & \dots & \dots \\ 6 & 0 & 0 & 5 & 3 & 1 & \dots & \dots \\ 8 & -2 & 0 & 6 & 5 & -2 & 2 & \dots \\ 7 & 3 & 1 & -3 & 2 & 3 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$